



Cet exercice rend compte du comportement de la surface libre d'un fluide contenu dans un récipient dont on fait la vidange (par exemple). Dans toute la planche le régime permanent est supposé établi.

1. Donner l'expression de l'équation d'Euler pour un fluide parfait homogène incompressible soumis à l'action de forces volumiques notées \vec{f}_v .
2. En supposant que les forces de volume se réduisent à l'action de pesanteur, démontrer le théorème de Bernoulli. Quelles sont les conditions de validité de ce théorème ?
3. \vec{e}_θ étant le vecteur unitaire orthoradial en coordonnées cylindriques, on suppose que la vitesse du fluide en écoulement est de la forme $\vec{v} = \frac{a}{r}\vec{e}_\theta$. Déterminer l'expression des composantes du gradient de pression : $\frac{\partial p}{\partial r}$ et $\frac{\partial p}{\partial z}$. Donner l'expression de la composante radiale en fonction de ρ , a et r puis en fonction de ρ , v et r .
4. On utilise ce modèle pour décrire, loin du cœur, le comportement d'un tourbillon d'eau créé par la vidange d'un récipient. La surface libre se trouve à la cote $z = z_0$ pour $r \rightarrow \infty$. Déterminer l'expression de $p(r, z)$ en fonction des paramètres de l'écoulement. En déduire l'équation de la surface libre et en faire une représentation graphique. Dans quelle zone le modèle ne peut-il pas rendre compte de l'expérience ?
5. En admettant qu'au centre le fluide tourne en bloc (comme un solide), déterminer l'équation de la surface libre du fluide à laquelle conduit ce modèle. Dans quelle zone ce résultat est-il inadmissible ?
6. En considérant les deux modèles proposés dans cet exercice, décrire l'allure de la surface libre du fluide contenu dans un récipient dont on fait la vidange.