



Soit A la matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & t & t \\ 1 & 0 & t \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

où t est un réel.

On s'aidera du logiciel de calcul formel fourni.

1. Calculer le polynôme caractéristique de A ? Pour quelles valeurs de t admet-il des racines multiples ?

Pour quelles valeurs de t est-il scindé dans $\mathbb{R}[X]$? dans $\mathbb{C}[X]$?

Pour quelles valeurs de t , la matrice A est-elle diagonalisable dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$? dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{C})$?

2. Montrer que si la suite $(A^n)_n$ converge vers une matrice non nulle alors 1 est valeur propre de A .

Prouver alors qu'il existe une seule valeur de t , pour laquelle $(A^n)_n$ converge vers une matrice non nulle. Que vaut alors la limite ?

Calculer quelques puissances de A et vérifier le résultat précédent.

3. Trouver toutes les valeurs de t pour lesquelles la suite $(A^n)_n$ converge vers la matrice nulle.