



Un œil accommodant à l'infini, observe des objets à l'infini à travers une lunette astronomique.

1. Décrire brièvement le montage correspondant à une lunette astronomique composée de l'association de deux lentilles minces convergentes. La lentille constituant l'objectif a une focale f_{obj} et la lentille constituant l'oculaire a une focale f_{oc} . Donner une expression du grossissement G et du grandissement γ ? Quelle relation relie ces deux grandeurs?
2. La lunette considérée ici est constituée par l'association d'une lentille convergente L_{obj} de distance focale image $f'_{\text{obj}} = 9a$ et d'un oculaire constitué par deux lentilles minces convergentes séparées d'une distance $e = 2a$ avec $e = \overline{O_1O_2}$, où O_1 et O_2 sont les centres des deux lentilles de distance focale image $f'_1 = f'_2 = 3a$.

Pour cet oculaire déterminer la position du foyer image de l'oculaire $\overline{O_2F'}$ et du foyer objet $\overline{O_1F}$. Déterminer également la position des points conjugués H et H' pour lesquels le grandissement transversal vaut 1. Enfin, calculer les distances focales $f' = \overline{H'F'}$ et $f = \overline{HF}$.

Comment faut-il placer cet oculaire pour que l'ensemble {Objectif+Oculaire} soit afocal et constitue donc une lunette astronomique?

On pourra s'aider du logiciel Optigeo, (fichier i11031.geo) pour tracer des rayons et répondre aux questions précédentes. Dans ce logiciel on a pris $a = 0,5$.

3. Le rayon R de la monture de l'objectif de la lunette complète est $R = 2,5$ cm.

Si le faisceau qui atteint le système est parallèle et de rayon supérieur à R , quel sera le rayon du faisceau sortant? Si l'objet observé est vu sous un angle α à l'œil nu, sous quel angle apparaît-il à travers l'appareil?

Dans l'hypothèse d'un faisceau incident divergent où faut-il placer l'œil pour observer avec un maximum d'intensité?

Corrigé

1. Il s'agit là d'une question de cours. L'examinateur attend donc des réponses rapides et claires accompagnées d'un tracé géométrique soutenant l'exposé.

Le système complet est afocal car on fait coïncider en un point le foyer image de l'objectif avec le foyer objet de l'oculaire. Un rayon parallèle à l'axe optique avant l'objectif passe par ce point et ressort parallèle à l'axe. Un rayon faisant un angle α avec l'axe optique avant l'objectif ressort en faisant un angle α' avec l'axe.

L'application du théorème de Thalès à ces deux cas de figure donne

$$G = \frac{-f_{obj}}{f_{oc}} = \frac{1}{\gamma} \quad \text{et donc} \quad G\gamma = 1$$

2. Les calculs d'optique géométrique peuvent être rapidement inextricables si ils ne sont pas menés de façon rigoureuse ou simplifiés au préalable par des raisonnements simples. L'examinateur attend donc du candidat qu'il adopte ces deux démarches pour aboutir au résultat final. La détermination des foyers image et objet du système peut être assez rapide en utilisant le raisonnement suivant. Le foyer image F' de l'oculaire est tel qu'un rayon parallèle à l'axe avant la première lentille ressort du système en passant par le foyer image du système. Ce rayon doit aussi passer par F'_1 , foyer image de la première lentille. Par conséquent, F' et F'_1 sont conjugués par la deuxième lentille. Il suffit donc d'écrire une seule relation de conjugaison, à savoir

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{f'_1 - e} = \frac{1}{f'_2}$$

ce qui donne, en remplaçant $f' - 1$, f'_2 et e par leurs expressions en fonction de a

$$\overline{O_2F'} = \frac{3a}{4}$$

Compte tenu de la symétrie du système il n'est pas utile de mener un calcul pour déterminer la position du foyer objet F . Il suffit d'appliquer le retour inverse de la lumière et il vient

$$\overline{O_1F} = -\frac{3a}{4}$$

Objectif Plan Focal Oculaire La recherche des points H et H' est un peu plus complexe. Le point H donne un point intermédiaire H_1 par la première lentille qui donne le point H' par la deuxième lentille. D'autre part le grandissement total est 1. Ceci amène trois équations avec beaucoup d'inconnues, les deux équations de conjugaison plus l'équation liée au grandissement, soit

$$-\frac{1}{\overline{O_1H}} + \frac{1}{\overline{O_1H_1}} = \frac{1}{f'_1} \quad -\frac{1}{\overline{O_2H_1}} + \frac{1}{\overline{O_2H'}} = \frac{1}{f'_2} \quad \frac{\overline{O_1H_1} \overline{O_2H'}}{\overline{O_1H} \overline{O_1H_1}} = 1$$

Pour simplifier les écritures et ramener le nombre d'inconnues à trois, on pose

$$x = \overline{O_1H} \quad y = \overline{O_1H_1} \quad z = \overline{O_2H'}$$

ce qui amène

$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f'_1} \quad -\frac{1}{y-e} + \frac{1}{z} = \frac{1}{f'_2} \quad \frac{y}{x} \frac{z}{y-e} = 1$$

Soit

$$\frac{y}{x} = 1 - \frac{y}{f'_1} \quad \frac{y-e}{z} = 1 + \frac{y-e}{f'_2} \quad \frac{y}{x} = \frac{y-e}{z}$$

qui donne finalement

$$x = \frac{3a}{2} \quad y = \frac{e}{2} = a \quad \text{et} \quad z = -\frac{3a}{2}$$

De ces grandeurs on obtient la distance focale objet

$$\overline{HF} = \overline{HO_1} + \overline{O_1F} = -\frac{9a}{4}$$

et image (par retour inverse compte tenu de la symétrie du dispositif)

$$\overline{H'F'} = \frac{9a}{4}$$

Pour constituer une lunette astronomique il faut placer l'objectif à une distance telle que le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet de l'oculaire.

Aide informatique

Le logiciel fourni [Optigeo] permet d'observer le trajet de rayons ou les positions respectives de l'objet et de l'image et de vérifier les résultats obtenus.

Au chargement [Fichier/Ouvrir puis choisir le fichier i11031.geo] le logiciel montre le trajet d'un faisceau parallèle à travers l'oculaire. On constate que les rayons convergent vers un point situé à $\sim 1,39$ soit à $0,39$ à droite de la deuxième lentille, ce qui correspond bien à

$$\overline{O_2F'} = \frac{3a}{4}.$$

La mesure de la position sur l'axe se fait en appuyant sur le bouton droit de la souris. Les coordonnées du curseur s'affichent en haut à gauche de l'écran. Pour vérifier que le foyer objet se trouve bien à

$$\overline{O_1F} = -\frac{3a}{4}$$

choisir [Système/Rayons/Divergents] puis cliquer sur 'Retour'. Déplacer la source lumineuse en cliquant dessus avec le bouton gauche de la souris et en le maintenant appuyé lors du déplacement. On constate que la position $\approx -0,39$ conduit à un faisceau de sortie quasi parallèle.

Le logiciel permet également d'intuiter les positions des points H et H' . Il est possible d'afficher un objet et son image [Système/Objet puis cliquer sur retour]. En déplaçant l'objet [Cliquer dessus avec le bouton gauche et déplacer en maintenant le bouton appuyé] on peut trouver une position où le grandissement transversal est de 1. On peut alors constater une certaine symétrie entre la position de l'objet par rapport à la première lentille et celle de l'image par rapport à la deuxième lentille. Compte tenu de la symétrie du système on peut en déduire que l'image intermédiaire en H_1 se forme nécessairement au milieu des deux lentilles. Ce qui donne $\overline{O_1H_1} = -\overline{O_2H_1} = e/2$, et les valeurs de $\overline{O_1H}$ et $\overline{O_2H'}$ à partir des relations de conjugaison.

En ce qui concerne la lunette complète, il est possible de la réaliser à partir du fichier i11031.geo en ajoutant une lentille puis en lui attribuant la bonne focale ($9a = 4.5$) et la bonne position

$$(-4.88 = -9a - \frac{3a}{4}).$$

Ajouter une lentille en cliquant sur la fenêtre de rangement puis [Système/lentilles/focales et espacements variables] et modifier la position et la focale de la lentille ajoutée (Attention! c'est la n° 2 puisque la lentille ajoutée apparaît entre les deux lentilles de l'oculaire). La lunette complète est illustrée dans le fichier i11031a.geo.

3. Il s'agit d'appliquer très simplement les résultats de la question 1 à un système plus compliqué que deux lentilles convergentes. Les définitions du grandissement et du grossissement restent bien évidemment les mêmes et on trouve

$$\gamma = \frac{-f'}{f'_{obj}} = -0.25 \quad \text{et} \quad G = -4$$

Par conséquent, un faisceau parallèle entrant avec un rayon de 2,5 cm ressortira avec un rayon de 0,625 cm et si un objet est vu avec un angle α à l'œil nu il sera vu avec un angle -4α à travers l'instrument.

Le fichier i11031a.geo permet de vérifier que le diamètre du faisceau entrant est bien divisé par 4 en mesurant sa largeur à l'entrée et à la sortie de la lunette (Un click sur le bouton droit de la souris donne les coordonnées du curseur). Dans l'hypothèse d'un faisceau incident divergent il faut placer l'œil à la position du cercle oculaire qui est l'image de l'objectif par l'oculaire. En effet, tous les rayons passant par l'objectif passent nécessairement par cette position qui est donc l'endroit où on collecte le plus de lumière.

Dans l'hypothèse d'un faisceau incident divergent il faut placer l'œil à la position du cercle oculaire qui est l'image de l'objectif par l'oculaire. En effet, tous les rayons passant par l'objectif passent nécessairement par cette position qui est donc l'endroit où on collecte le plus de lumière.