



Dans cet exercice, on se place dans l'espace affine euclidien  $\mathbb{R}^3$  rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

1. Soit  $P$  le plan d'équation  $x + y - 2z - 1 = 0$ . Déterminer la distance d'un point  $M(x, y, z)$  à  $P$ , notée  $d(M, P)$ .

2. Soit  $D$  la droite passant par le point  $A(1, 1, 0)$  et dirigée par le vecteur  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

Représenter simultanément à l'écran la droite  $D$  et le plan  $P$ . Sont-ils parallèles ?

Calculer la distance d'un point  $M(x, y, z)$  à  $D$ , notée  $d(M, D)$ .

3. On définit

$$\Sigma = \{M(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad d(M, D)^2 + d(M, P)^2 = 5\}$$

Déterminer une équation cartésienne de  $\Sigma$ .

Représenter simultanément  $\Sigma$ ,  $D$  et  $P$  à l'écran.

Que peut-on conjecturer quant à la nature de  $\Sigma$  ?

4. Réduire l'équation cartésienne obtenue pour  $\Sigma$  dans un repère orthonormal approprié et en déduire sa nature.

5. Calculer le volume du domaine intérieur à  $\Sigma$ .