

**Exercice 1**

Pour tout $(n, p) \in \mathbb{N}^{*2}$, on note

$$u_{n,p} = \frac{1}{p^n} \left(\sum_{k=1}^p \left(1 + \frac{k}{p} \right)^{1/n} \right)^n$$

Déterminer $\lim_{p \rightarrow +\infty} \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n,p} \right)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\lim_{p \rightarrow +\infty} u_{n,p} \right)$.

Exercice 2

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ avec $a < b$. On note E l'ensemble de fonctions définies sur $[a, b]$ à valeurs dans \mathbb{R}_+^* . On définit l'application Φ de E dans \mathbb{R}_+ par

$$\forall f \in E, \quad \Phi(f) = \int_a^b f(t) dt \int_a^b \frac{1}{f(t)} dt$$

Déterminer (s'ils existent) les réels $m = \inf_{f \in E} \Phi(f)$ et $M = \sup_{f \in E} \Phi(f)$.

Précisez éventuellement pour quelles fonctions ces valeurs sont atteintes.